



# MATERIAŁY DIAGNOSTYCZNE Z MATEMATYKI

LUTY 2012

## POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy 170 minut

### Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 22 strony (zadania 1 – 33).
2. Arkusz zawiera 24 zadania zamknięte i 9 zadań otwartych.
3. W zadaniach od 1. do 24. są podane cztery odpowiedzi: A, B, C, D. Wybierz tylko jedną odpowiedź i zaznacz ją na karcie odpowiedzi.
4. Rozwiązania zadań od 25. do 33. zapisz czytelnie i starannie w wyznaczonych miejscach.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
7. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
9. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za poprawne rozwiązanie.
10. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

**Zadanie 1. (1 pkt)**

Cena towaru wraz z 23% podatkiem VAT jest równa 25,83 zł. Cena towaru bez podatku VAT jest równa

- A. 19,89 zł                      B. 19,90 zł                      C. 21,00 zł                      D. 31,77 zł

**Zadanie 2. (1 pkt)**

Przedział  $(-3,5)$  jest zbiorem rozwiązań nierówności

- A.  $|1-x| < 4$                       B.  $|x+3| < 5$                       C.  $|3-x| < 5$                       D.  $|x+1| < 4$

**Zadanie 3. (1 pkt)**

Dana jest liczba  $x = 2 \log_4 8$ . Wtedy

- A.  $x = 2$                               B.  $x = 3$                               C.  $x = 64$                               D.  $x = 256$

**Zadanie 4. (1 pkt)**

Liczba 30 jest przybliżeniem z nadmiarem liczby  $a$ . Błąd bezwzględny tego przybliżenia jest równy 2,31. Wtedy

- A.  $a = 27,69$                       B.  $a = 28,31$                       C.  $a = 30,31$                       D.  $a = 32,31$

**Zadanie 5. (1 pkt)**

Dana jest liczba  $x = 9^{\frac{1}{2}} \cdot (-8)^{\frac{1}{3}}$ . Wtedy

- A.  $x = \frac{2}{3}$                               B.  $x = -\frac{2}{3}$                               C.  $x = -\frac{3}{2}$                               D.  $x = -6$

**Zadanie 6. (1 pkt)**

Liczba  $(\sqrt{3}+2)(2-\sqrt{3})$  jest równa

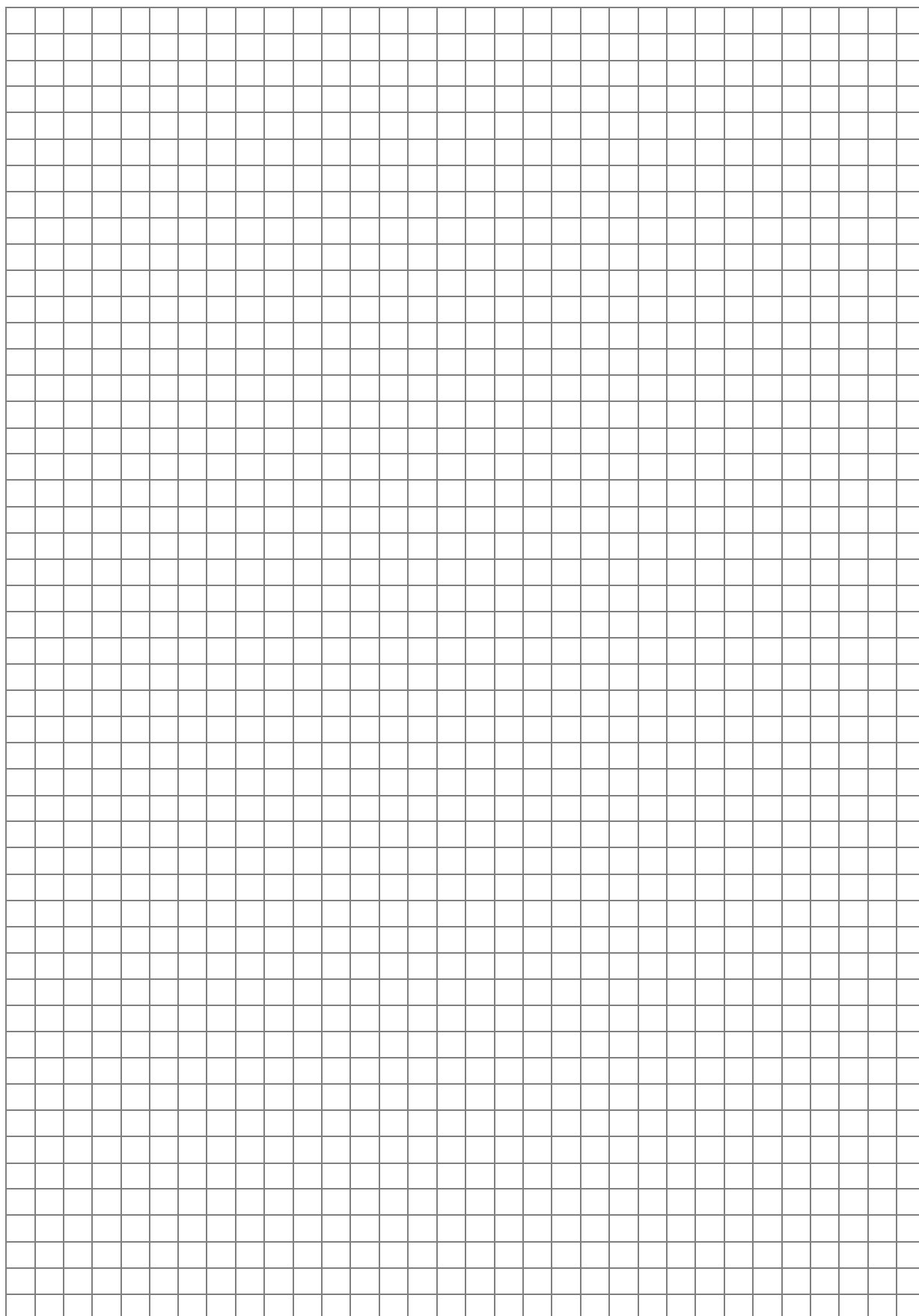
- A. -1                                  B. 0                                      C. 1                                      D. 2

**Zadanie 7. (1 pkt)**

Dziedziną wyrażenia wymiernego  $\frac{x+4}{x^2-25}$  jest

- A.  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$   
B.  $(-\infty, -4) \cup (-4, +\infty)$   
C.  $(-\infty, 5) \cup (5, +\infty)$   
D.  $(-\infty, -5) \cup (-5, 5) \cup (5, +\infty)$

**Brudnopis**



**Zadanie 8. (1 pkt)**

Funkcja liniowa określona wzorem  $f(x) = (2 - 5m)x + m - 1$  jest malejąca. Wtedy

- A.  $m \in \left(-\infty, \frac{2}{5}\right)$       B.  $m \in (-\infty, 1)$       C.  $m \in \left(\frac{2}{5}, +\infty\right)$       D.  $m \in (1, +\infty)$

**Zadanie 9. (1 pkt)**

Funkcja  $f(x) = -2(x+3)(x-4)$  przyjmuje wartości dodatnie dla

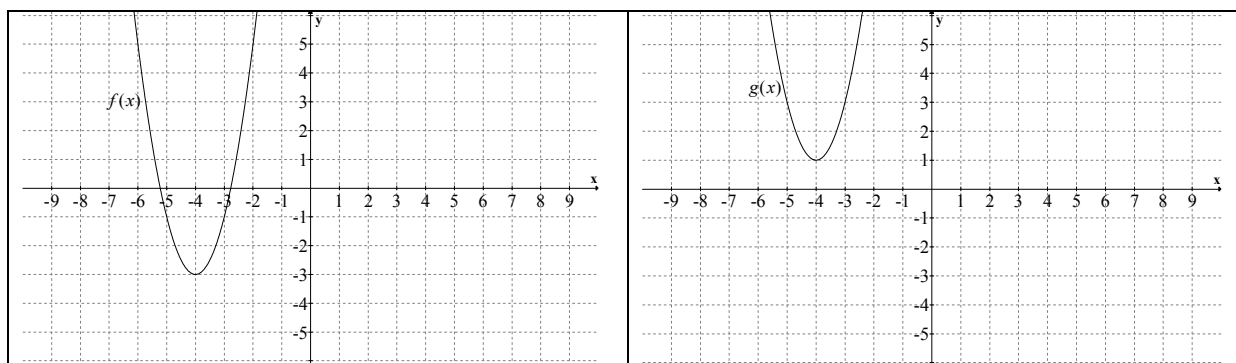
- A.  $x \in (-\infty, -4) \cup (3, +\infty)$       B.  $x \in (-\infty, -3) \cup (4, +\infty)$   
 C.  $x \in (-3, 4)$       D.  $x \in (-4, 3)$

**Zadanie 10. (1 pkt)**

Dana jest funkcja określona wzorem  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{dla } x \in (-\infty, -2) \\ -2x + 1 & \text{dla } x \in (-2, +\infty) \end{cases}$ . Miejscem zerowym tej funkcji jest liczba

- A. 1      B.  $\frac{1}{2}$       C.  $-\frac{1}{2}$       D. -1

*W zadaniach 11. i 12. wykorzystaj przedstawione poniżej wykresy funkcji f i g.*

**Zadanie 11. (1 pkt)**

Zbiorem wartości funkcji  $f$  jest

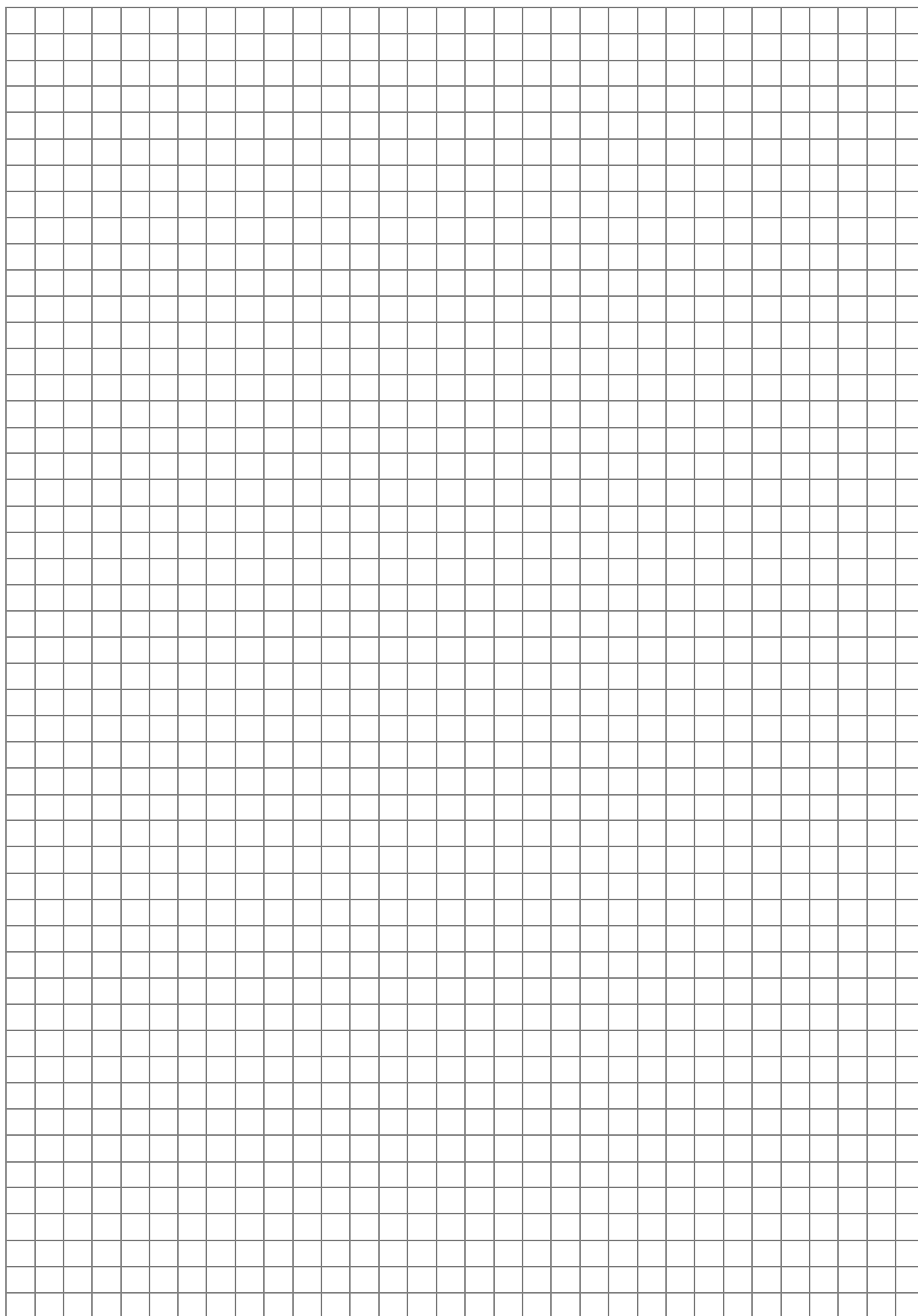
- A.  $\langle -7, -1 \rangle$       B.  $\langle -4, +\infty \rangle$       C.  $\langle -3, +\infty \rangle$       D.  $\langle -\infty, 0 \rangle$

**Zadanie 12. (1 pkt)**

Wykres funkcji  $g(x)$  otrzymujemy przesuwając wykres funkcji  $f(x)$  wzdłuż osi  $Oy$ . Wykres funkcji  $g$  określony jest wzorem

- A.  $g(x) = f(x - 4)$       B.  $g(x) = f(x) - 4$   
 C.  $g(x) = f(x + 4)$       D.  $g(x) = f(x) + 4$

**Brudnopis**



**Zadanie 13. (1 pkt)**

W ciągu arytmetycznym  $(a_n)$  dane są:  $a_{21} = 2012$  i  $r = 100$ . Wtedy wyraz  $a_1$  jest równy

- A. 12                      B. 22                      C. 50                      D. 102

**Zadanie 14. (1 pkt)**

W ciągu geometrycznym  $(a_n)$  dane są:  $a_1 = \frac{3}{4}$  i  $a_2 = 1$ . Wtedy wyraz  $a_5$  jest równy

- A.  $\frac{256}{81}$                       B.  $\frac{64}{27}$                       C.  $\frac{16}{9}$                       D.  $\frac{9}{16}$

**Zadanie 15. (1 pkt)**

Kąt  $\alpha$  jest ostry i  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ . Wtedy

- A.  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$                       B.  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$                       C.  $\sin \alpha = \frac{1}{5}$                       D.  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$

**Zadanie 16. (1 pkt)**

Wyrażenie  $\frac{1 - \cos^2 \alpha}{\cos \alpha}$  jest równe

- A.  $1 - \cos \alpha$                       B.  $\frac{\cos \alpha}{\operatorname{tg} \alpha}$                       C.  $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$                       D.  $\operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \alpha$

**Zadanie 17. (1 pkt)**

Dany jest okrąg o promieniu 12. Miara kąta między średnicą  $AB$  a cięciwą  $BC$  jest równa  $30^\circ$ . Wtedy cięciwa  $AC$  ma długość

- A. 6                      B.  $6\sqrt{3}$                       C. 12                      D.  $12\sqrt{3}$

**Zadanie 18. (1 pkt)**

Dane są dwa prostokąty podobne o polach powierzchni  $P_I$  i  $P_{II}$ . Wiemy, że  $\frac{P_I}{P_{II}} = 2$  i obwód większego prostokąta jest równy 48 cm. Obwód mniejszego prostokąta jest równy

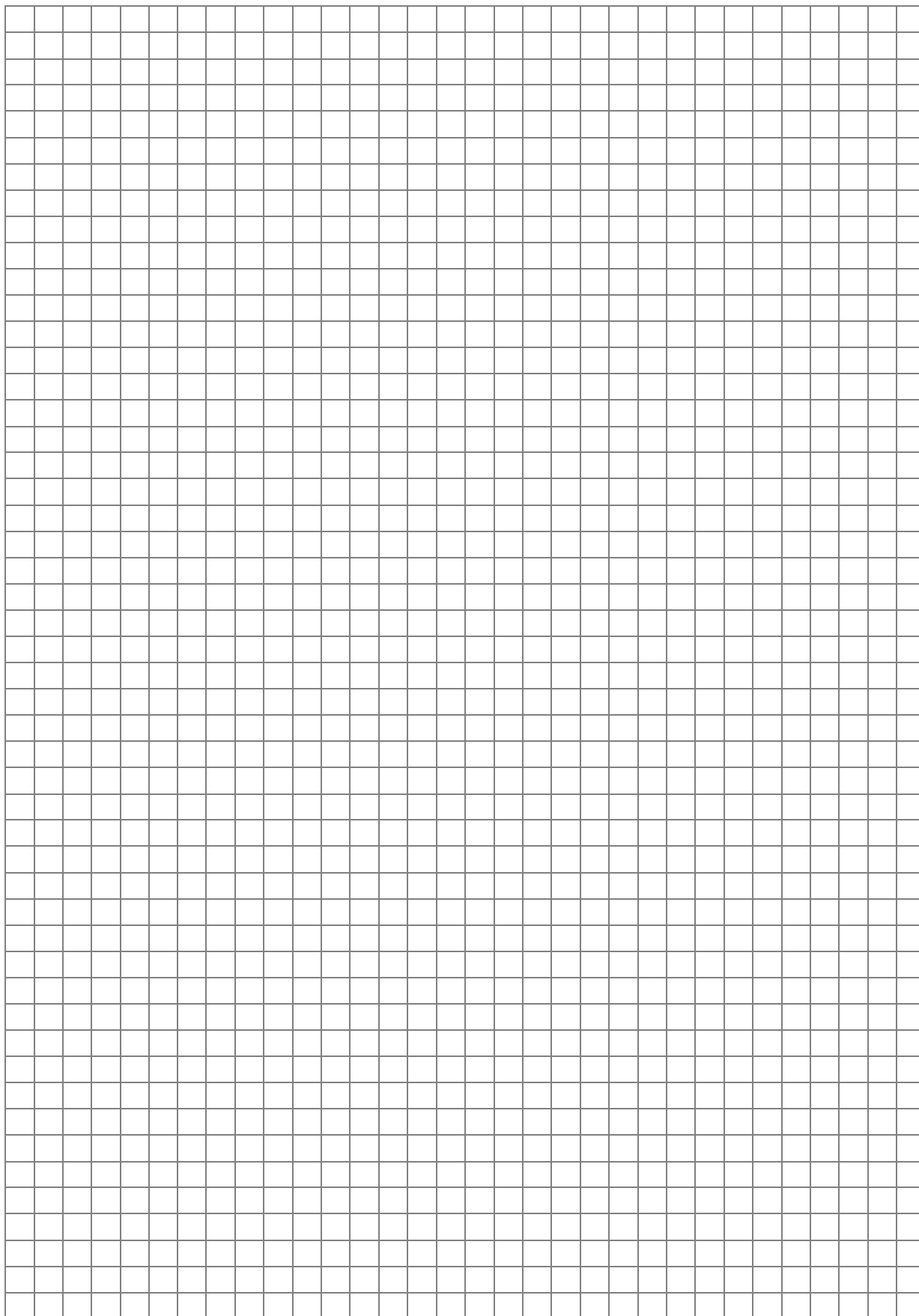
- A. 12                      B.  $12\sqrt{2}$                       C. 24                      D.  $24\sqrt{2}$

**Zadanie 19. (1 pkt)**

Bok trójkąta równobocznego ma długość 8. Promień okręgu opisanego na tym trójkącie jest równy

- A.  $\frac{16\sqrt{3}}{3}$                       B.  $\frac{8\sqrt{3}}{3}$                       C.  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$                       D.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

**Brudnopis**



**Zadanie 20. (1 pkt)**

Wykres funkcji liniowej określonej wzorem  $f(x) = 0,5x + 7$  jest prostą prostopadłą do prostej o równaniu

- A.  $y = 2x + 7$       B.  $y = -0,5x - 7$       C.  $y = 5x + 7$       D.  $y = -2x + 7$

**Zadanie 21. (1 pkt)**

Styczną do okręgu  $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$  jest prosta o równaniu

- A.  $x = 4$       B.  $x = -4$       C.  $y = 0$       D.  $y = 4$

**Zadanie 22. (1 pkt)**

Przekątna sześcianu ma długość 6 cm. Objętość tego sześcianu jest

- A. mniejsza niż  $41 \text{ cm}^3$   
B. równa  $41 \text{ cm}^3$   
C. równa  $41,5 \text{ cm}^3$   
D. większa niż  $41,5 \text{ cm}^3$

**Zadanie 23. (1 pkt)**

Ile różnych czterocyfrowych kodów PIN, o niepowtarzających się cyfrach, można utworzyć z cyfr parzystych? Uwaga: zero jest też liczbą parzystą.

- A. 625      B. 120      C. 5      D. 1

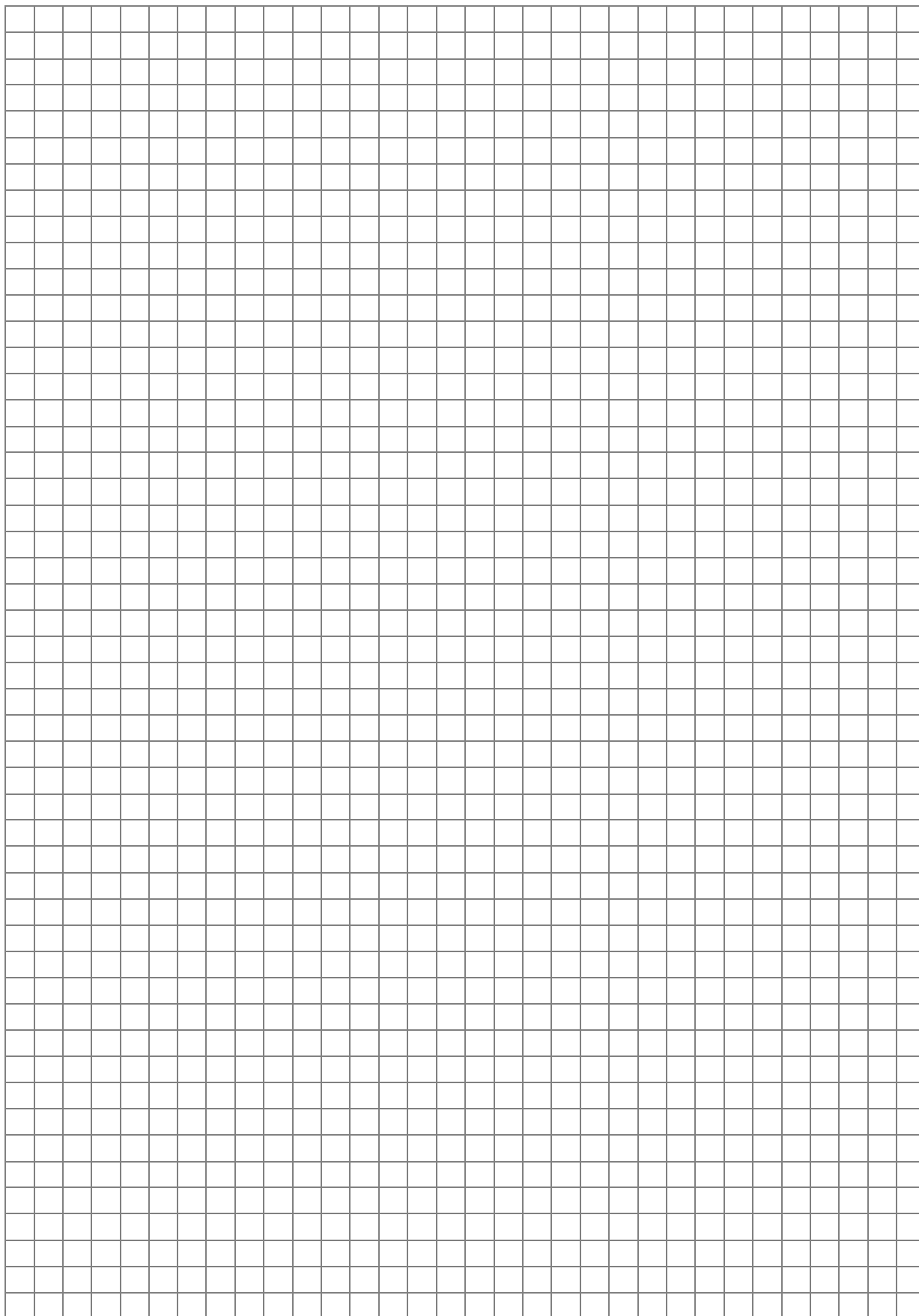
**Zadanie 24. (1 pkt)**

O zdarzeniu losowym  $A$ , zawartym w  $\Omega$  wiemy, że  $P(A) + 5P(A') = 1,64$ . Wtedy

- A.  $P(A) = 0,16$       B.  $P(A) = 0,328$       C.  $P(A) = 0,84$       D.  $P(A) = 0,94$

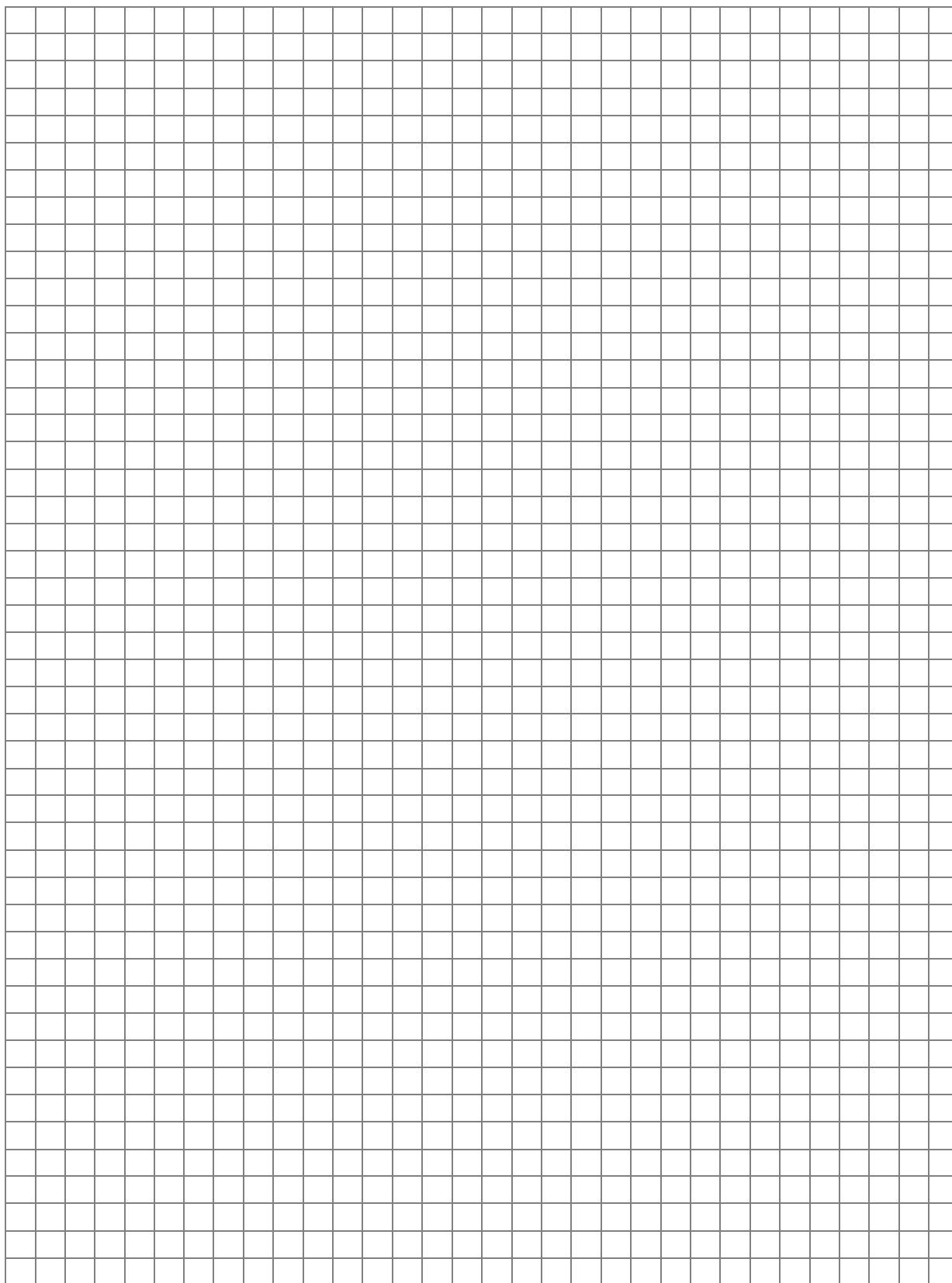


**Brudnopis**



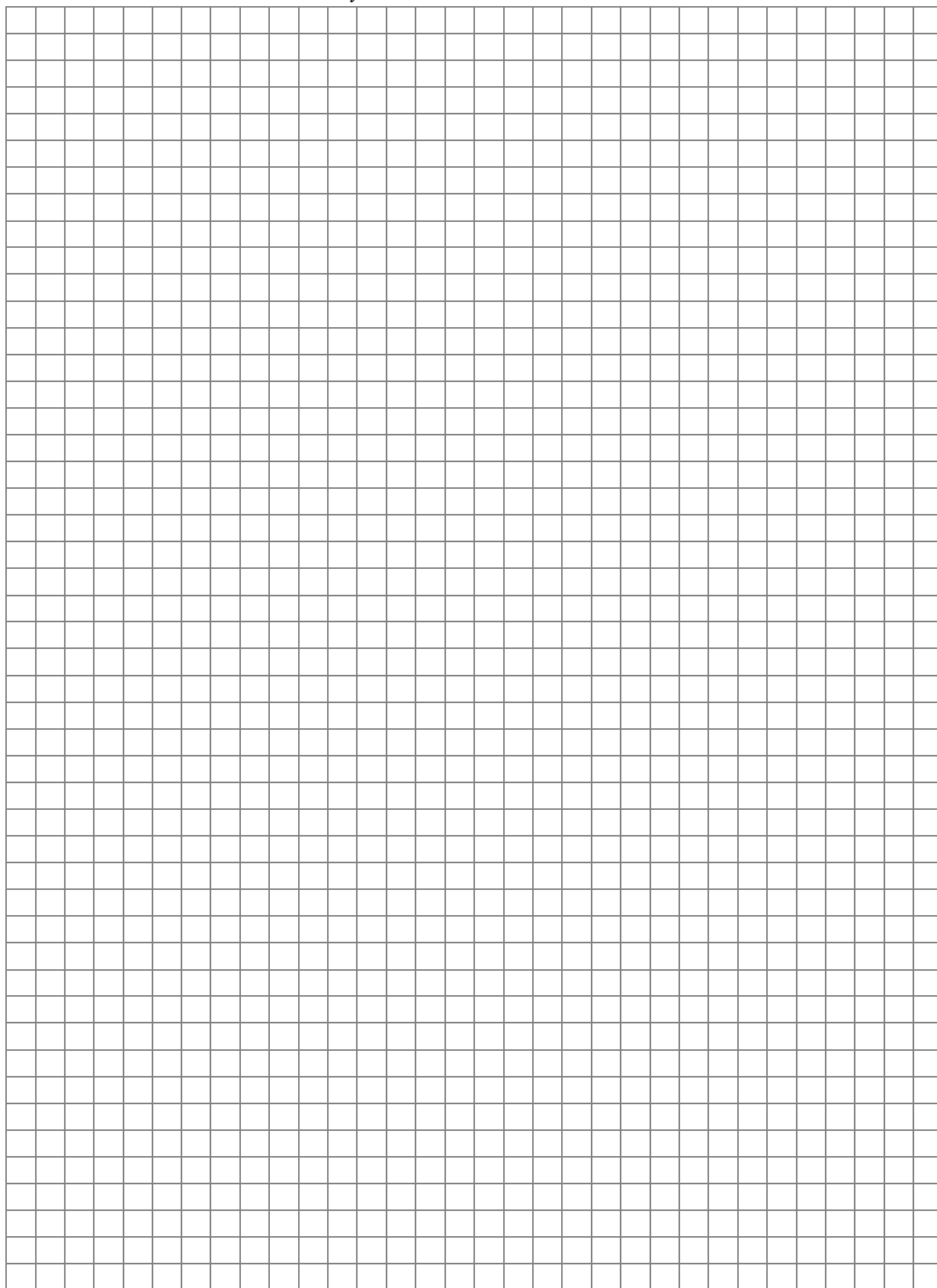
**Zadanie 25. (2 pkt)**

Rozwiąż równanie  $\frac{3}{x} + \frac{x}{3} = \frac{5}{2}$  dla  $x \neq 0$ .



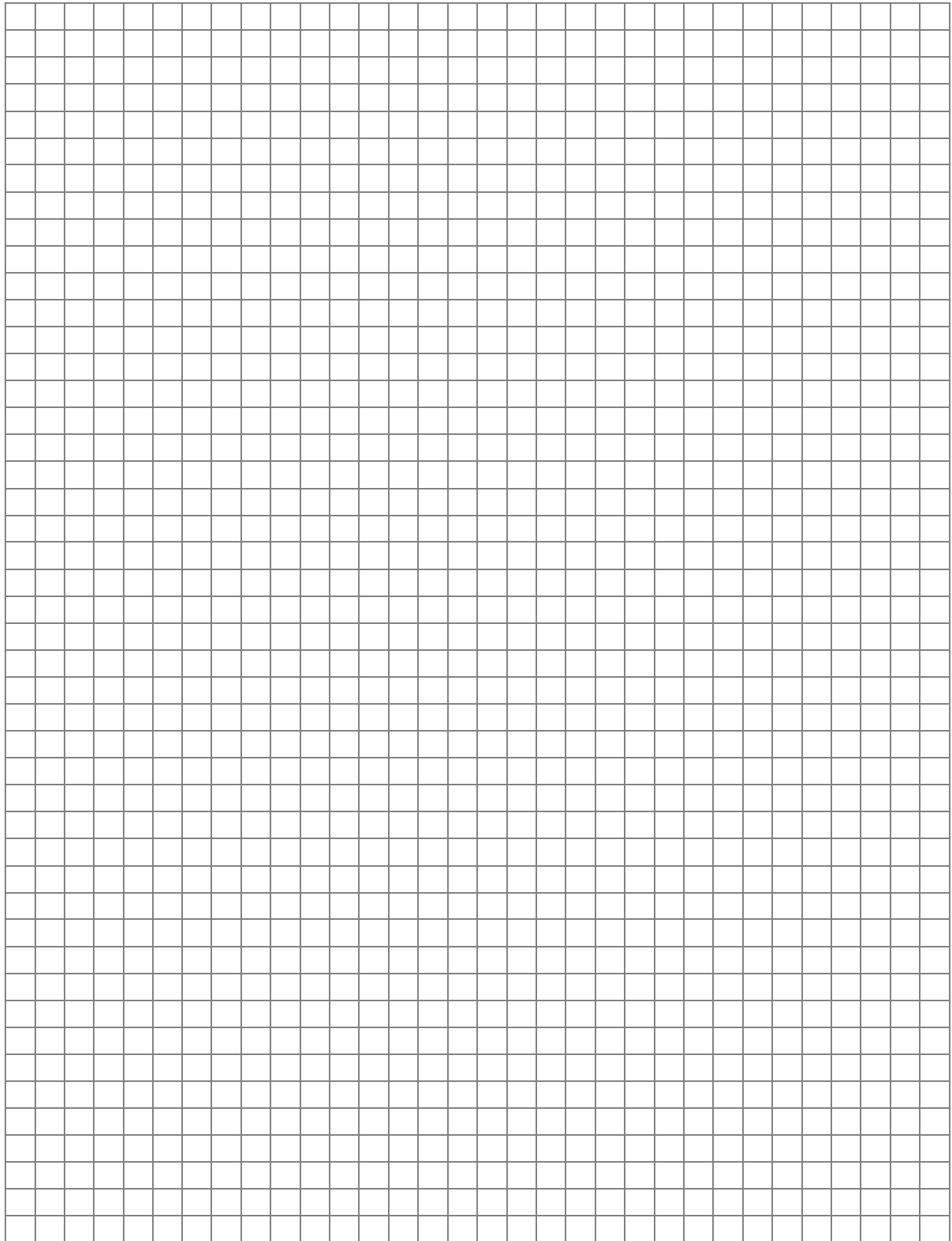
**Zadanie 26. (2 pkt)**

Wykaż, że jeśli  $x > 0$  i  $y > 0$ , to  $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} \geq x + y$ .



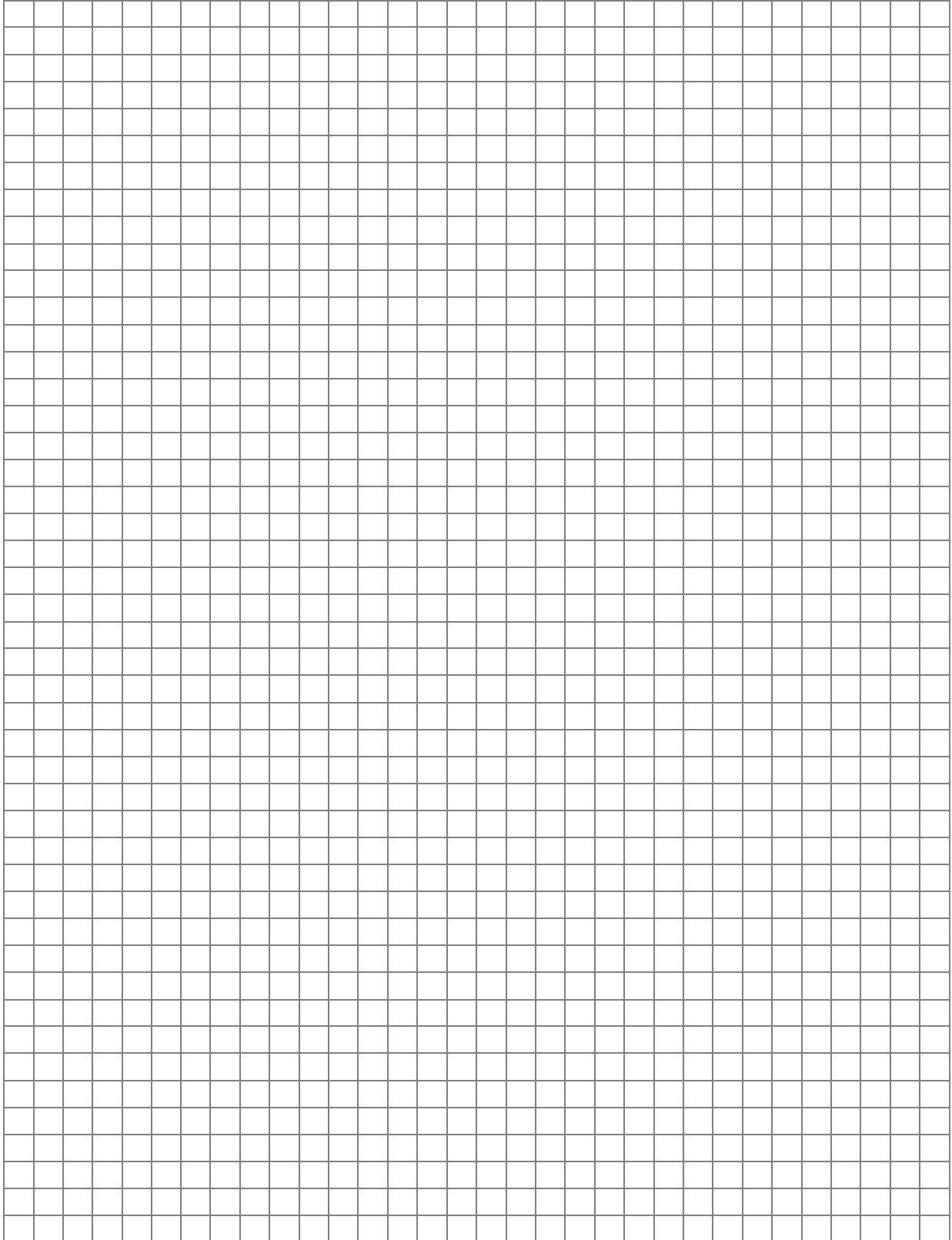
**Zadanie 27. (2 pkt)**

Dany jest trapez  $ABCD$ . Dłuższa podstawa  $AB$  ma długość  $m$ , pozostałe trzy boki trapezu są równej długości. Przedłużenia ramion trapezu  $AD$  i  $BC$  przecinają się w punkcie  $E$  pod kątem  $2\alpha$ . Oblicz obwód tego trapezu.



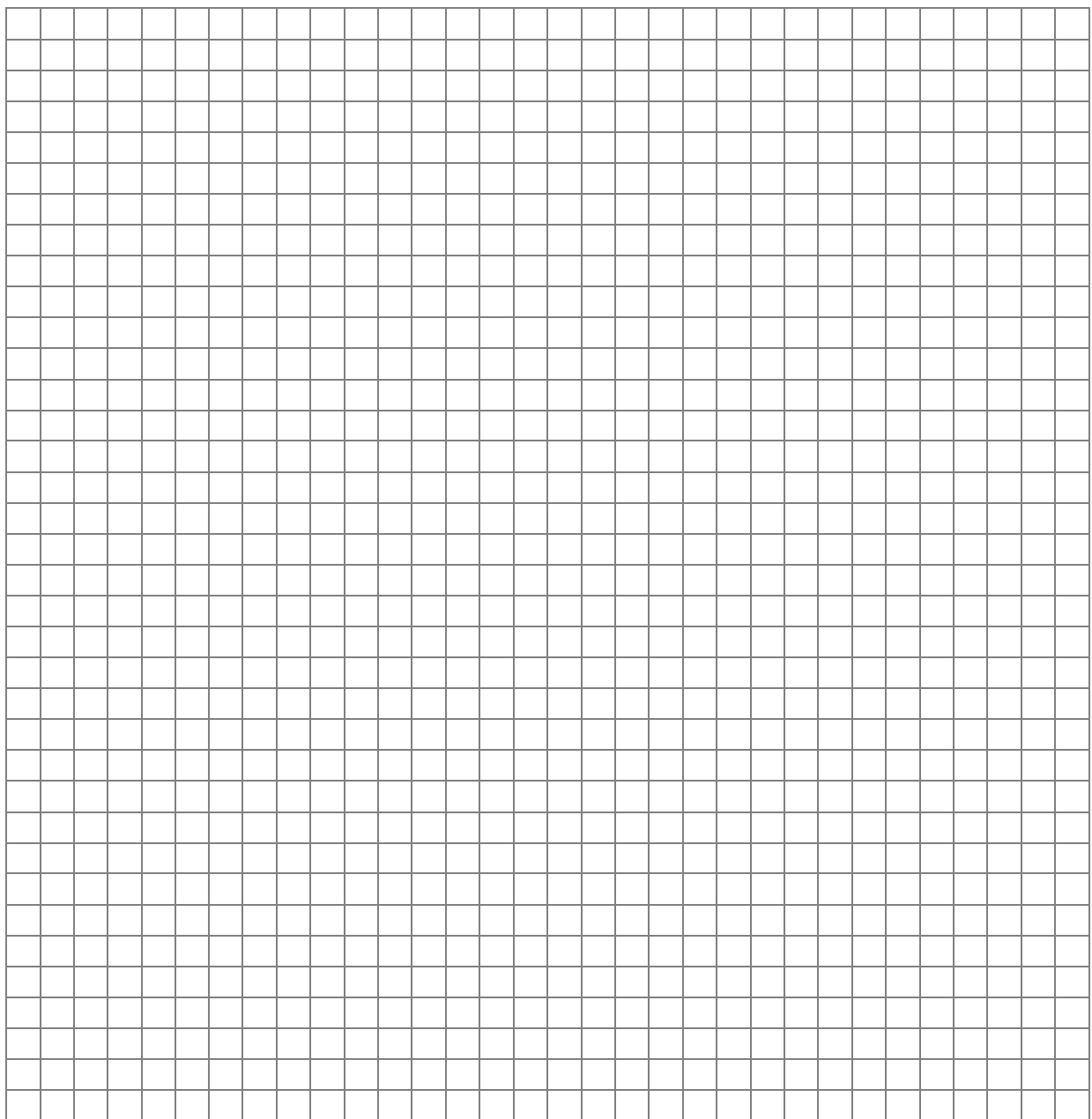
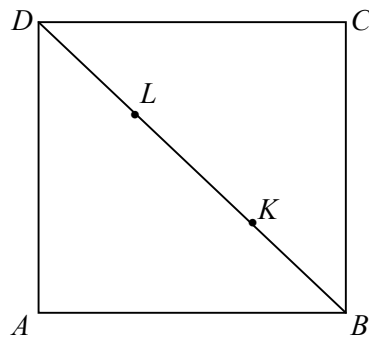
**Zadanie 28. (2 pkt)**

Przemek w czasie ferii zimowych podjął pracę w firmie „Ulotek-express”. Pierwszego dnia rozniósł 900 ulotek, każdego następnego dnia o 40 mniej niż poprzedniego. Za dostarczenie jednej ulotki firma płaci 5 groszy. Jaką kwotę zarobił Przemek w czasie 14 dni pracy?



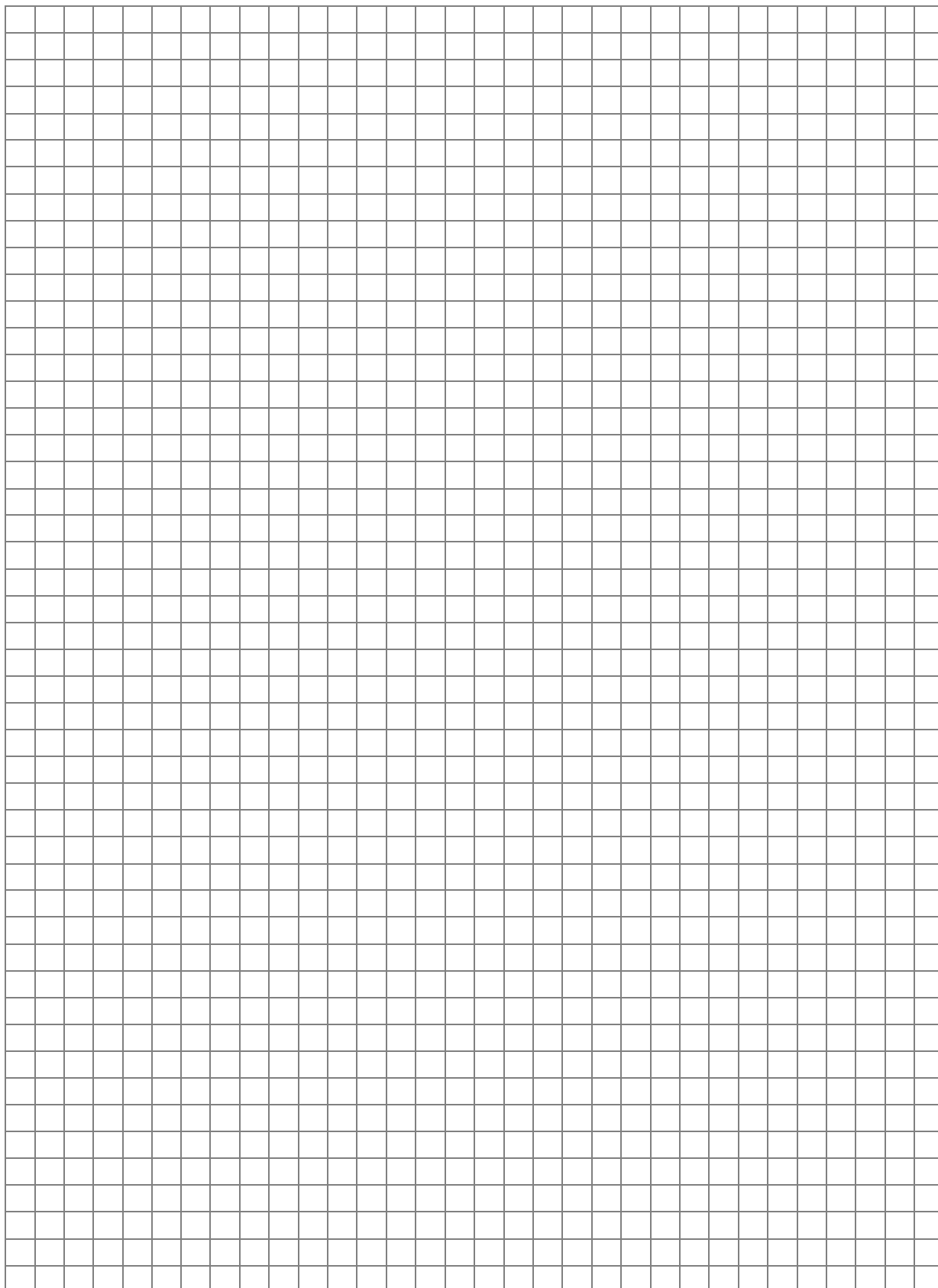
**Zadanie 29. (2 pkt)**

Dany jest kwadrat  $ABCD$ . Na przekątnej  $BD$  obrano dwa różne punkty  $K$  i  $L$ , takie że  $|BK| = |DL|$  (zobacz rysunek). Uzasadnij, że czworokąt  $AKCL$  jest rombem.



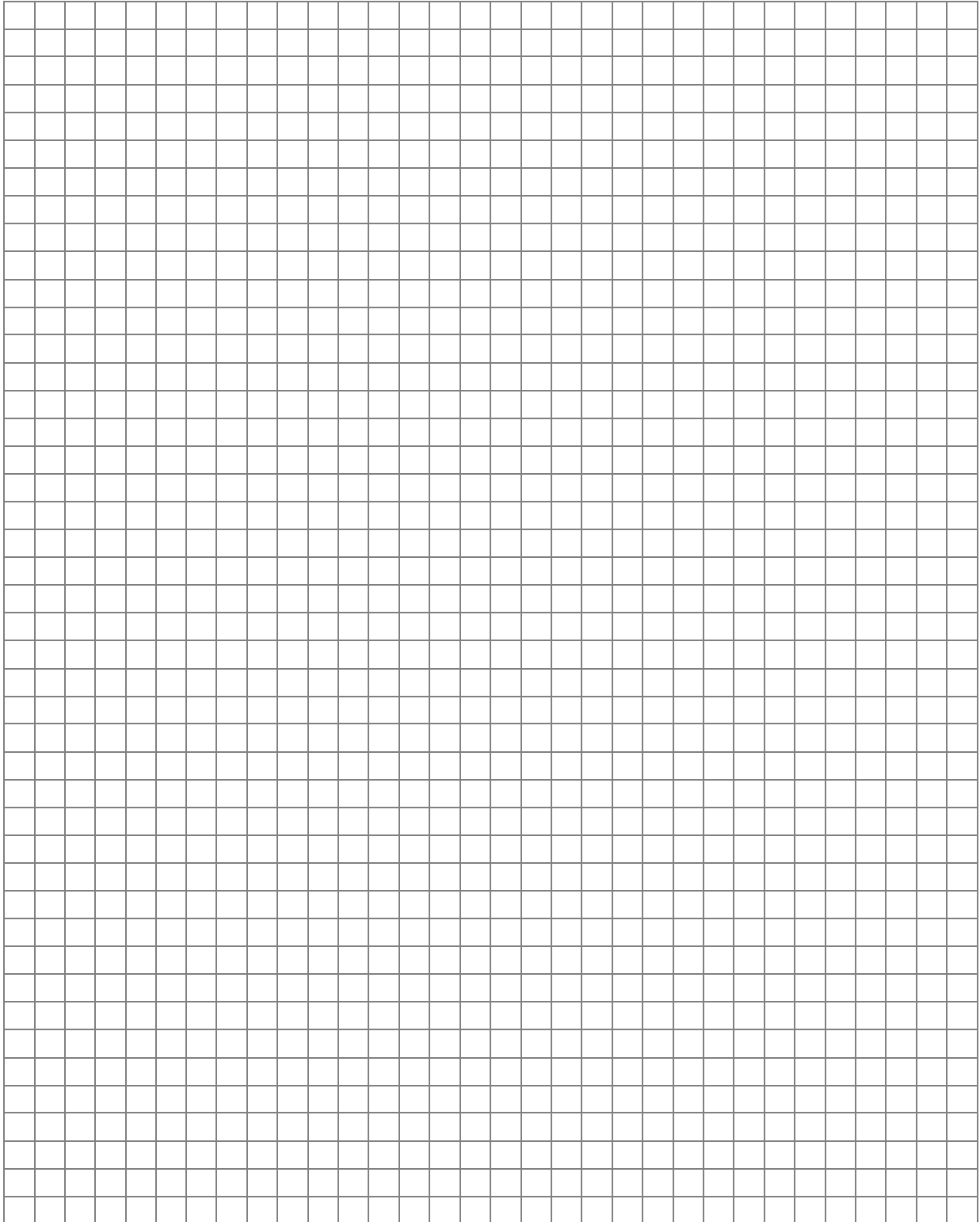
**Zadanie 30. (2 pkt)**

Dany jest romb  $ABCD$  o boku długości 16 i polu powierzchni równym  $128\sqrt{3}$ . Oblicz długość dłuższej przekątnej tego rombu.

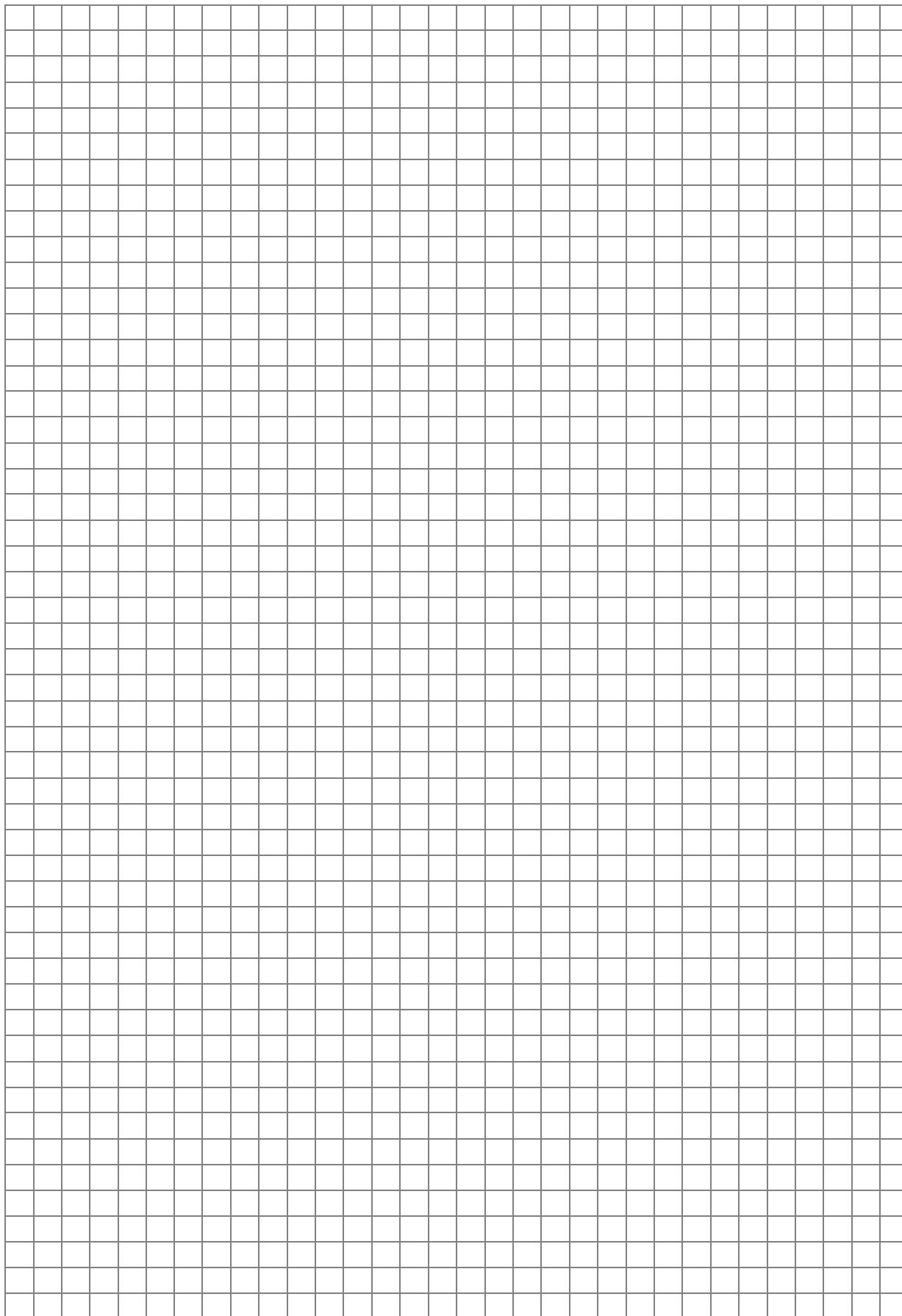


**Zadanie 31. (4 pkt)**

Julia i Dominika mają skarbonki. W skarbonce Julii znajduje się 1 banknot 50 zł, dwa banknoty 20 zł i 3 banknoty 10 zł, natomiast w skarbonce Dominiki znajdują się 2 banknoty 50 zł, 1 banknot 20 zł i 5 banknotów 10 zł. Każda z dziewcząt losuje ze swojej skarbonki jeden banknot. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wartość wylosowanych banknotów przekroczy 38 zł? Wynik podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

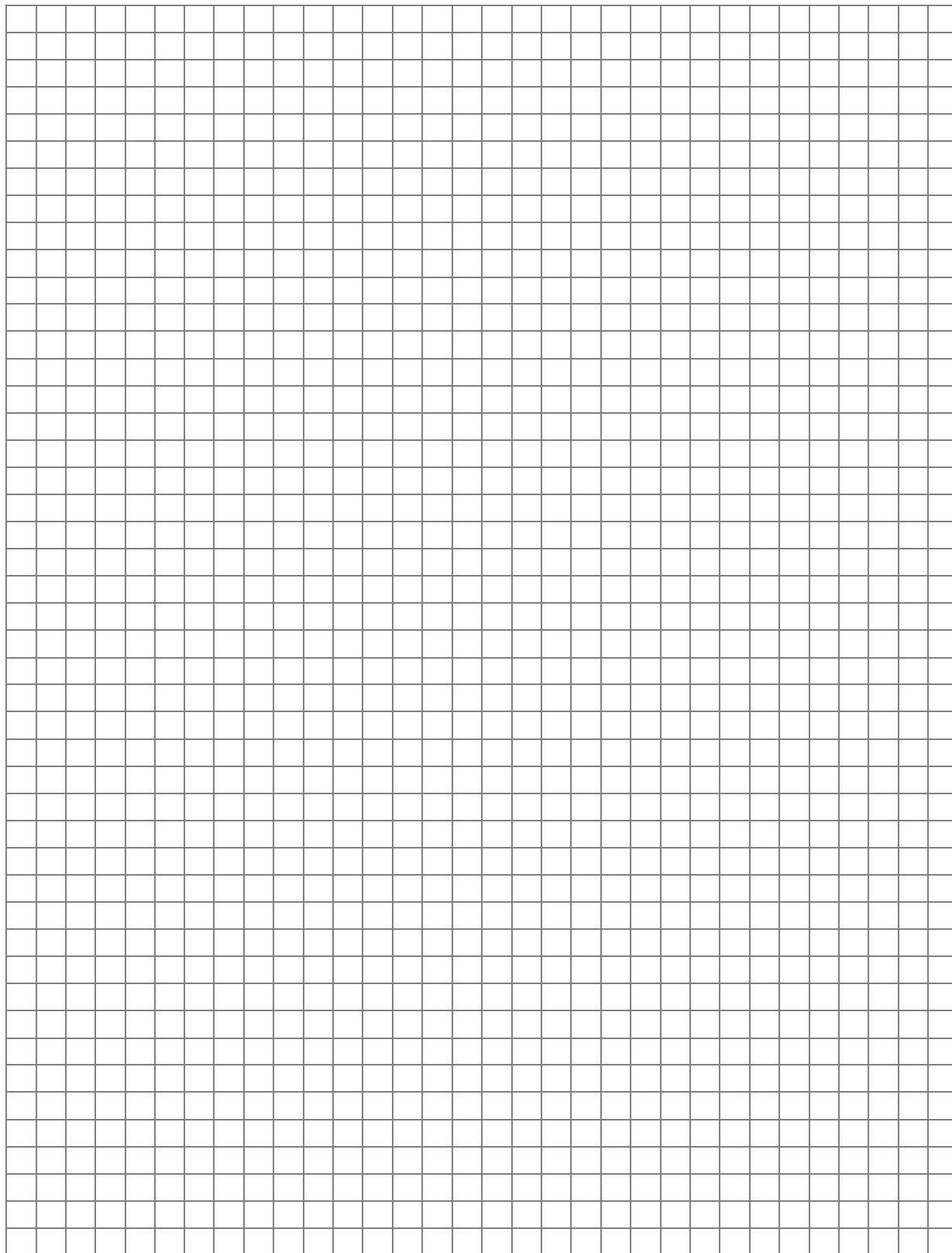


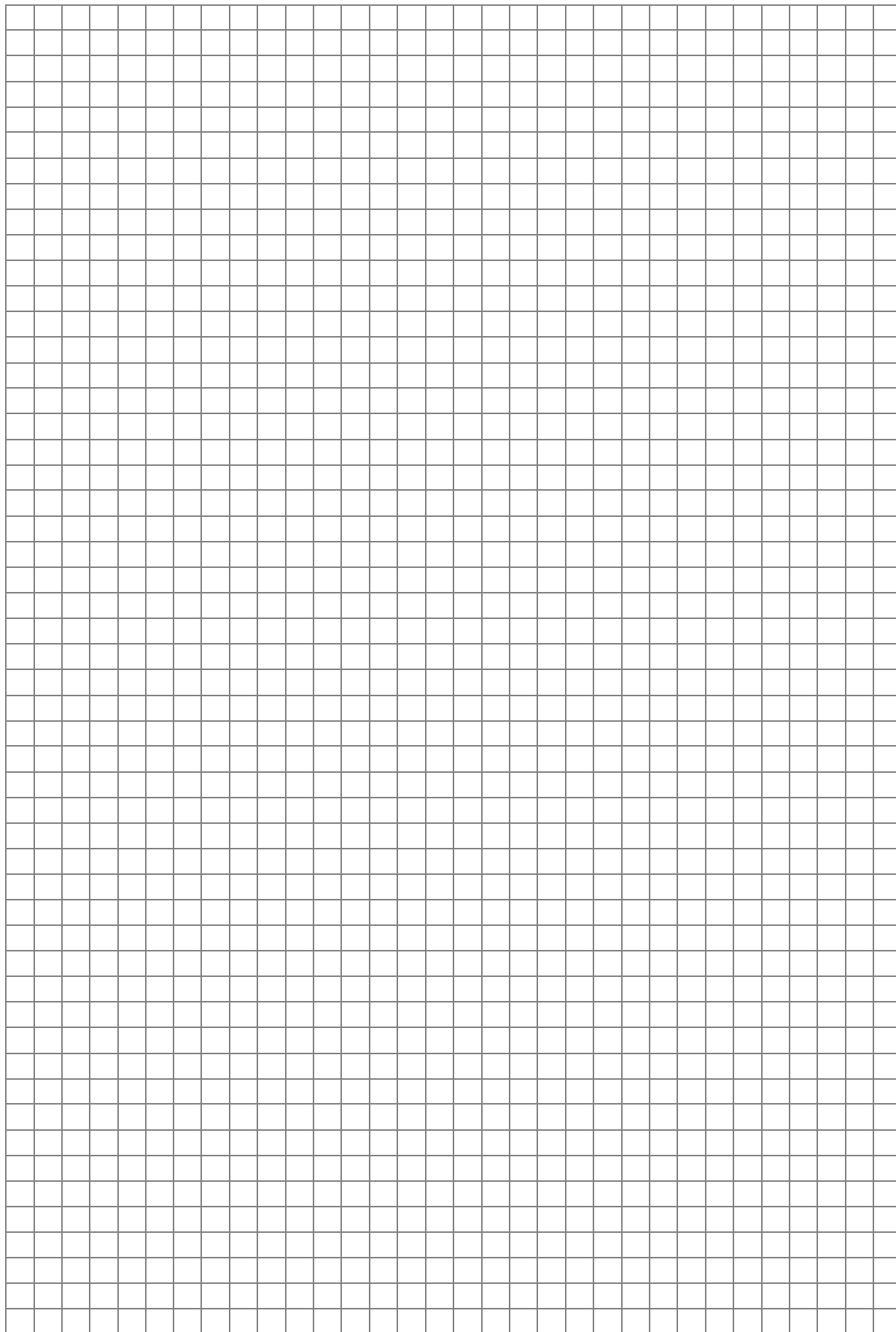




**Zadanie 32. (5 pkt)**

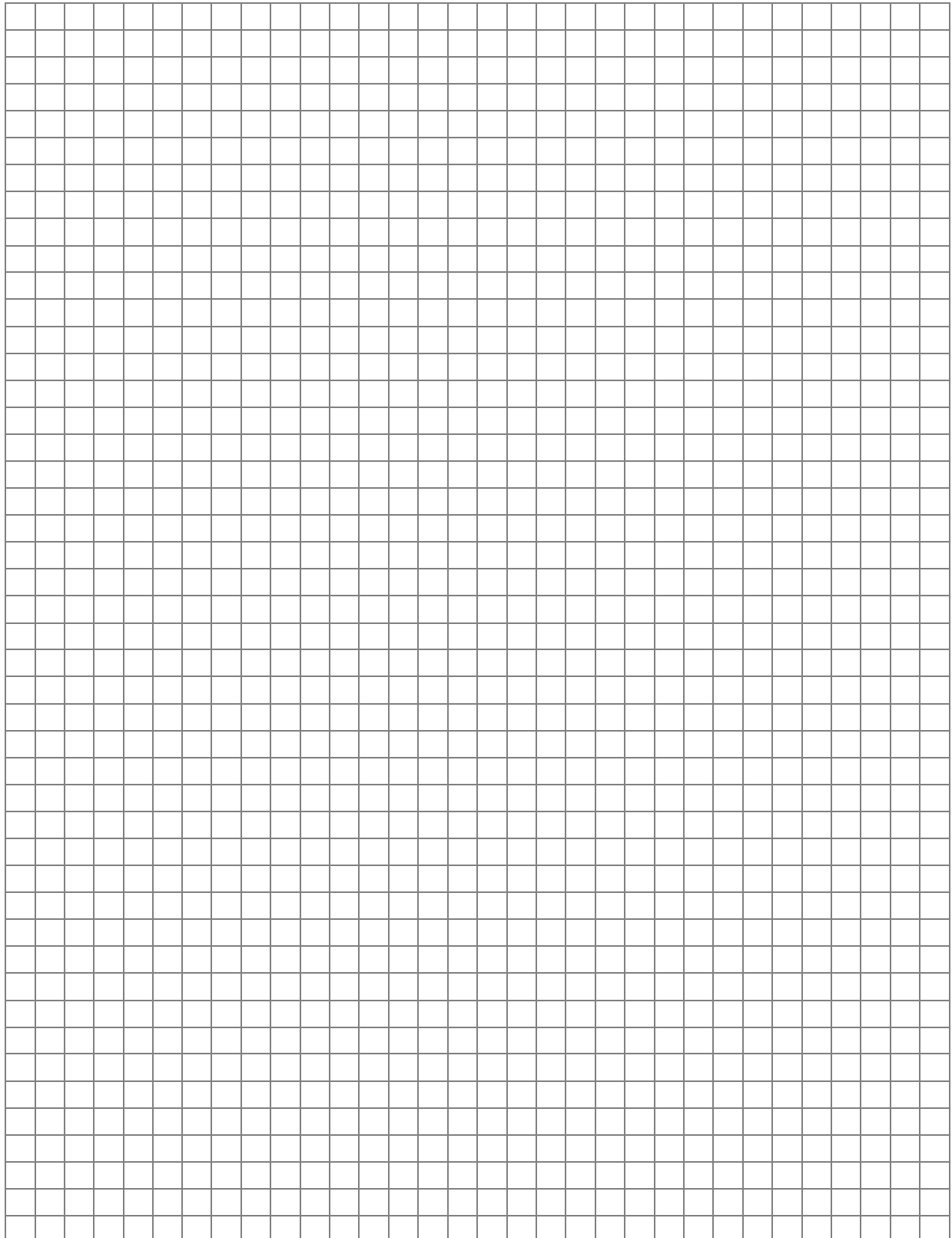
Punkty o współrzędnych  $A = (-2, -8)$ ,  $B = (2, 4)$ ,  $C = (-2, 2)$  są wierzchołkami trapezu. Ramię trapezu  $AD$  jest prostopadłe do podstaw  $AB$  i  $CD$ . Oblicz współrzędne punktu  $D$  oraz pole powierzchni tego trapezu.

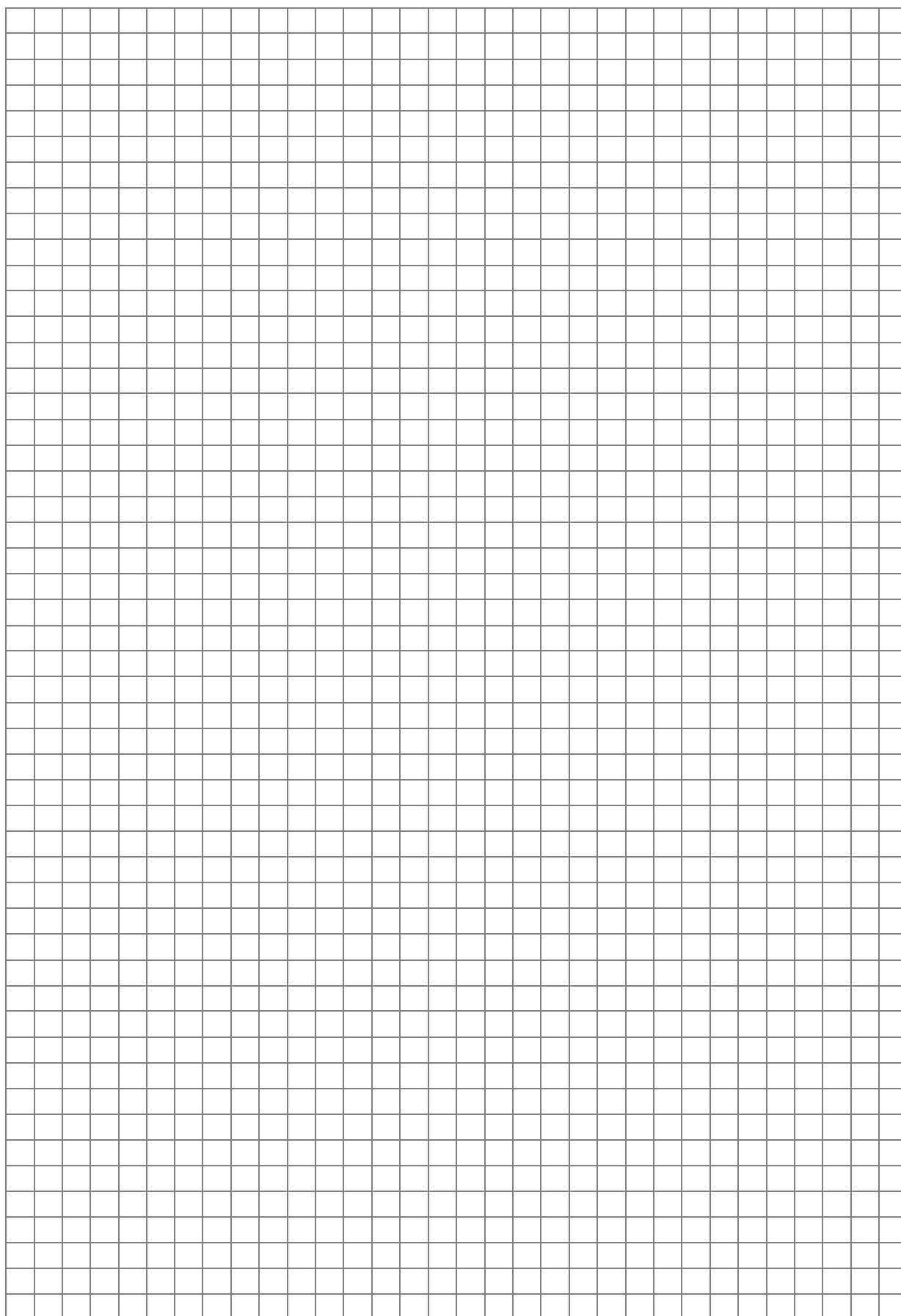




**Zadanie 33. (5 pkt)**

Szkoła zakupiła na raty serwer za kwotę 5400 zł. Będzie go spłacała w równych miesięcznych ratach. Gdyby okres spłaty skrócić o pół roku, wówczas kwota raty wzrosłaby o 75 zł. Jaka była miesięczna wysokość raty i przez jaki okres szkoła spłacała swoje zobowiązania finansowe?





## Brudnopsis

