

## SCHEMAT OCENIANIA ARKUSZA EGZAMINACYJNEGO II

## Uwaga:

Zasady oceniania rozwiązań zadań egzaminacyjnych z matematyki zostały opisane na stronie 1 schematu oceniania Arkusza I.

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania	Wynik danego etapu	Maks. liczba punktów za dany etap
12. (5 p.)	12.1 Zapisanie warunku istnienia dwóch różnych pierwiastków równania.	$p^2 > 4p$	1
	12.2 Przekształcenie danego wyrażenia do postaci pozwalającej zastosować wzory Viete'a.	$2(x_1 + x_2)^2 + x_1 \cdot x_2$	1
	12.3 Wykorzystanie wzorów Viete'a – zbudowanie równania z niewiadomą $p$ .	$2p^2 + p - 1 = 0$	1
	12.4 Rozwiązanie równania.	$p_1 = -1, p_2 = \frac{1}{2}$	1
	12.5 Sformułowanie odpowiedzi uwzględniającej warunek z p. 12.1.	Dla $p = -1$ dane wyrażenie osiąga wartość 1.	1
13. (4 p.)	13.1 Przekształcenie wielomianu $T$ do postaci umożliwiającej porównanie współczynników.	$T(x) = x^3 - x^2(c + 4) + 4x(c + 1) - 4c$	1
	13.2 Wyznaczenie wartości współczynnika $c$ .	$c + 4 = 1 \Rightarrow c = -3$	1
	13.3 Wyznaczenie wartości współczynników $a, b$ .	$a = 4(c + 1) \Rightarrow a = -8$ $b = -4c \Rightarrow b = 12$	1
	13.4 Zapisanie zbioru rozwiązań nierówności $T(x) \leq 0$ .	$x \in (-\infty; -3) \cup \{2\}$	1
14.	14.1 Wybór dwóch dowolnych argumentów z danego przedziału i ustalenie relacji między nimi.	Np. $x_1 < x_2 < 0$	1

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania	Wynik danego etapu	Maks. liczba punktów za dany etap
<b>(4 p.)</b>	14.2 Zbudowanie różnicy wartości funkcji $f$ dla wybranych argumentów.	$f(x_1) - f(x_2) = \frac{(x_2 - x_1) \cdot (x_2 + x_1)}{(x_1 \cdot x_2)^2}$	1
	14.3 Określenie znaku różnicy wartości funkcji.	Ponieważ $(x_2 - x_1) > 0$ , $(x_2 + x_1) < 0$ , $(x_1 \cdot x_2)^2 > 0$ zatem $f(x_1) - f(x_2) < 0$	1
	14.4 Zinterpretowanie otrzymanego wyniku i uzyskanie tezy.	Z założenia $x_1 < x_2 < 0$ wynika, że $f(x_1) < f(x_2)$ zatem w przedziale $(-\infty; 0)$ dana funkcja jest rosnąca	1
<b>15. (3 p.)</b>	15.1 Zapisanie rozwinięcia dwumianu.	$1 + 5x + 10x^2 + 10x^3 + 5x^4 + x^5$	1
	15.2 Podstawienie $x = -\sqrt{3}$ i wykonanie potęgowania.	$1 - 5\sqrt{3} + 30 - 30\sqrt{3} + 45 - 9\sqrt{3}$	1
	15.3 Redukcja wyrazów podobnych i zapisanie rozwinięcia w żądanej postaci.	$76 - 44\sqrt{3}$	1
<b>16. (6 p.)</b>	16.1 Zapisanie równania wynikającego z danych w zadaniu.	$a_1^2 \cdot q^{14} = 4$	1
	16.2 Zapisanie wniosku wynikającego z powyższego równania.	$(a_1 \cdot q^7) = -2 \text{ lub } (a_1 \cdot q^7) = 2$	2
	16.3 Przekształcenie iloczynu piętnastu początkowych kolejnych wyrazów danego ciągu do postaci:	$a_1^{15} \cdot q^{1+2+3+\dots+14}$	1
	16.4 Zapisanie powyższego iloczynu w postaci:	$a_1^{15} \cdot q^{7 \cdot 15}$	1
	16.5 Przekształcenie powyższego iloczynu do postaci pozwalającej podstawić dane z p.16.2 i zapisanie ostatecznej odpowiedzi.	$(a_1 \cdot q^7)^{15} = 2^{15} \text{ lub } (a_1 \cdot q^7) = (-2)^{15}$ Iloczyn piętnastu początkowych kolejnych wyrazów danego ciągu jest równy $2^{15}$ lub $(-2)^{15}$ .	1

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania	Wynik danego etapu	Maks. liczba punktów za dany etap
17. (5 p.)	17.1 Zapisanie założenia o liczbie logarytmowanej oraz rozwiązanie powstałej nierówności. <i>Uwaga. Jeżeli uczeń tylko zapisze założenie, to za czynność 17.1 otrzymuje 1p. wówczas, gdy w p. 17.5 rozwiąże tę nierówność.</i>	$\frac{x-2}{x} > 0 \Rightarrow x \in (-\infty; 0) \cup (2; \infty)$	1
	17.2 Wykorzystanie monotoniczności funkcji wykładniczej.	$\log_3\left(\frac{x-2}{x}\right) < 0$	1
	17.3 Wykorzystanie monotoniczności funkcji logarytmicznej.	$\frac{x-2}{x} < 1$	1
	17.4 Rozwiązanie nierówności wymiernej.	$x > 0$	1
	17.5 Sformułowanie odpowiedzi uwzględniającej poczynione założenia.	Zbiorem rozwiązań danej nierówności jest przedział $(2; \infty)$ .	1
18. (4 p.)	18.1 Obliczenie sinusa kąta $ACB$ .	$\sin(\angle ACB) = \frac{4}{5}$	1
	18.2 Obliczenie kosinusa kąta $ACB$ .	$\cos(\angle ACB) = \frac{3}{5}$ lub $\cos(\angle ACB) = -\frac{3}{5}$	2
	18.3 Wykorzystanie tw. kosinusów i obliczenie długości boku $AB$ .	$ AB  = \sqrt{41}$ lub $ AB  = \sqrt{137}$	1
19. (3 p.)	19.1 Zapisanie równania wynikającego z danych treści zadania.	Np. $\pi r(r+l) = 3\pi r^2$	1
	19.2 Wyznaczenie z powyższego równania jednej ze zmiennych.	$l = 2r$	1
	19.3 Zapisanie szukanej miary kąta rozwarcia tego stożka.	Np. Szukany kąt ma miarę $60^\circ$ , bo przekrój osiowy tego stożka jest trójkątem równobocznym.	1

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania	Wynik danego etapu	Maks. liczba punktów za dany etap
<b>20.</b> <b>(9 p.)</b>	20.1 Obliczenie kosinusa kąta $\alpha$ , nachylenia prostej $l$ do osi $OX$ .	$\cos \alpha = \frac{4}{5}$ lub $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$	2
	20.2 Obliczenie tangensa kąta $\alpha$ , nachylenia prostej $l$ do osi $OX$ i zapisanie odpowiedzi do podpunktu a.	$\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$ lub $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{3}{4}$ Współczynnik kierunkowy prostej $l$ równa się $\frac{3}{4}$ lub $\left(-\frac{3}{4}\right)$ .	1
	20.3 Wyznaczenie wzoru pochodnej funkcji $f$ .	$f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$ i $x \neq 1$	1
	20.4 Rozwiązanie równań $f'(x) = \frac{3}{4}$ oraz $f'(x) = -\frac{3}{4}$ , w tym: - po (1p) za doprowadzenie każdego z równań do postaci równania kwadratowego i obliczenie wyróżnika, - po (1p) za podanie liczby rozwiązań różnych od 1 w każdym z równań.	(1) $x^2 - 2x - 3 = 0$ , $\Delta_1 = 16$ , $x_1 = 3$ , $x_2 = -1$ , (2) $7x^2 - 14x + 3 = 0$ , $\Delta_2 = 112$ , $x_3 = \frac{7 - 2\sqrt{7}}{7}$ , $x_4 = \frac{7 + 2\sqrt{7}}{7}$	4
	20.5 Sformułowanie odpowiedzi do podpunktu b.	Istnieją 4 takie styczne.	1
<b>21.</b> <b>(4 p.)</b>	21.1 Zapisanie równości kątów naprzemianległych wewnętrznych. ( $E$ oznacza punkt wspólny przedłużenia $AC$ i prostej równoległej do $CD$ i przechodzącej przez p. $B$ )	$\angle BCD = \angle CBE$	1
	21.2 Zapisanie równości kątów odpowiadających.	$\angle ACD = \angle CEB$	1

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania	Wynik danego etapu	Maks. liczba punktów za dany etap
	21.3 Zapisanie wniosku wynikającego z powyższych równości kątów.	Trójkąt $BCE$ jest równoramienny.	1
	21.4 Zastosowanie stosunku długości odpowiednich odcinków i uzyskanie tezy.	$\frac{ AC }{ CE } = \frac{ AD }{ AB } \Leftrightarrow \frac{ AC }{ CB } = \frac{ AD }{ DB }$	1
22. (3 p.)	22.1 Wykorzystanie własności prawdopodobieństwa do opisanego iloczynu dwóch zdarzeń.	$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$	1
	22.2 Zapisanie własności prawdopodobieństwa sumy dwóch zdarzeń.	$P(A \cup B) \leq 1$	1
	22.3 Oszacowanie szukanego prawdopodobieństwa warunkowego i uzyskanie żądanej nierówności.	$P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \geq \frac{0,8 + 0,5 - 1}{0,5}$	1